Teoría estadística de campos

Docente responsable: Tomás S. Grigera

Carga horaria total: 48 horas

Programa

Módulo I: Teorías de campo en mecánica estadística [10 horas]

1. ¿Por qué teorías de campos? Del discreto al continuo: derivación heurística de la teoría de Landau-Guinzburg.
2. Funcionales y derivadas funcionales. Integral funcional y problema de convergencia para fluctuaciones de longitud de onda corta. Longitud de corte.
3. Aproximación de Landau (punto de ensilladura). Ruptura de simetría. Exponentes críticos. Análisis dimensional de L-G. Dimensión anómala.
4. Teoría Gaussiana: solución completa. Evaluación de la integral funcional Gaussiana. Funciones de correlación y exponentes críticos.
5. Modelo Gaussiano como aproximación para $T > T_c$ y $T < T_c$: fluctuaciones hasta orden cuadrático. Correcciones a la aproximación de Landau. Criterio de Guinzburg.
6. Modelo de L-G con parámetro de orden vectorial. Ruptura de la simetría continua en la aproximación de Landau. Aproximación Gaussiana: efecto de las flucutaciones sobre la ruptura de simetría. Teorema de Mermin-Wagner.
7. El modelo σ no lineal. Caso $d = 2$, $n = 2$ en L-G: aproximación para bajas temperaturas (fluctuaciones sólo de ángulo). Correlaciones a potencia a baja temperatura, transición de Kosterlitz-Thouless.

Módulo II: Teoría perturbativa diagramática [8 horas]

1. Cumulates y teorema de Wick.
2. Desarrollo perturbativo de la teoría de Landau-Guinzburg en el espacio real. Diagramas de Feynmann para la función de partición y las correlaciones no conectadas.
3. Desarrollo diagramático en espacio de Fourier. Contracciones de Wick y diagramas de Feynman para la función de partición y las funciones de correlación no conectadas.
4. Desarrollo diagramático de la energía libre: diagramas conectados. Funciones de correlación conectadas (cumulantes).
5. Ecuación de Dyson y autoenergía. Desarrollo de la energía libre de Gibbs: funciones vértice ($\Gamma^{(n)}$) y diagramas irreducibles.
6. Desarrollo en bucles. μ_c a un bucle. Diagramas cactus y su suma.
7. Diagramas para $\Gamma^{(2)}$ y $\Gamma^{(4)}$ hasta dos bucles. Parámetros de desarrollo efectivos (adimensionales).
8. Diagramas de Feynman para L-G vectorial y para el modelo σ no lineal.

Módulo III: La transformación del grupo de renormalización: esquema de Wilson o "momentum shell" [10 horas]

1. Efecto de un cambio de escala: discusión cualitativa. Renormalización vs. grupo de renormalización.
2. Definición de la transformación del GR, variantes. GR en espacio de Fourier *(momentum shell).*
3. Transformación del GR para el modelo Gaussiano.
4. Transformación del GR en general: puntos fijos y variedad crítica. Variables relevantes e irrelevantes. Obtención de exponentes críticos y leyes de escala mediante el GR.
5. GR en forma diferencial, funciones β. Estabilidad del punto fijo Gaussiano. Exponentes del modelo Gaussiano para $d > 4$. Variables irrelevantes peligrosas.
6. GR del modelo de Landau-Guinzburg. Cálculo de la transformación del GR a un bucle.
7. Desarrollo en $\epsilon = 4-d$. Funciones β y punto fijo de Wilson-Fisher. Cálculo del exponente ν a $O(\epsilon)$. Estudio del flujo del GR a orden ϵ.
8. Irrelevancia de acoplamientos ϕ^n con $n \geq 6$ en $d < 6$.

Módulo IV: Regularización y renormalización [6 horas]

1. Divergencias ultravioletas e infrarrojas. Esquemas de regularización. Regularización dimensional.

2. Renormalización: factores Z. Escala de renormalización. Condiciones de renormalización: normalización, renormalización mínima.
3. Renormalización de la teoría de Landau-Guinzburg: factores Z hasta 2 loops.

Módulo V: GR en el esquema de Callan-Symanzik [10 horas]

1. Ecuación del GR a $T = T_c$. Funciones β en el esquema C-S. Propiedades.
2. Solución general de la ecuación del GR. Flujo del GR: puntos fijos, leyes de escala, dependencia de los acoplamientos de la escala de observación.
3. Cálculo de los exponentes η y δ.
4. Renormalización para $T \neq T_c$. Desarrollo en μ^2: diagramas con inserciones.
5. Ecuación del GR para $T \neq T_c$. Solución general, leyes de escala. Demostración de las relaciones entre exponentes (leyes de Rushbrooke, Griffiths, Josephson, Fisher).
6. Cálculo de los exponentes α, β, γ y ν al orden más bajo en teoría de perturbaciones.

Módulo VI: Otros tópicos del GR [6 horas]

1. Ruptura espontánea de simetría. Simetría continua: el modelo L-G vectorial. Ruptura de simetría continua cerca de $d = 2$.
2. Renormalización del modelo σ no lineal. Caso $d = 2$ y transición BKT.

Bibliografía

Altland A. y Simons B. (2010), *Condensed Matter Field Theory*, Cambridge University Press.

Binney J.J., Dowrick N.J., Fisher A.J. y Newman M.E.J. (1992), *The Theory of Critical Phenomena: An Introduction to the Renormalization Group*, Clarendon Press.

Cardy J. (1996), *Scaling and Renormalization in Statistical Physics*, Cambridge University Press.

Goldenfeld N. (1992), *Lectures on Phase Transitions and the Renormalization Group*, Perseus Books, Reading, Massachusetts.

Itzykson C. y Drouffe J.M. (1989), *Statistical Field Theory.*, vol 1, Cambridge University Press, Cambridge.

Kardar M. (2007), *Statistical Physics of Fields*, Cambridge University Press, Cambridge.

Le Bellac M. (1991), *Quantum and Statistical Field Theory*, Clarendon Press, Oxford.

Parisi G. (1998), *Statistical Field Theory*, Westview Press.

Wilson K.G. y Kogut J. (1974), The renormalization group and the ϵ expansion. *Physics Reports* **12**, 75–199.

Zinn-Justin J. (1993), *Quantum Field Theory and Critical Phenomena*, International Series of Monographs on Physics, Oxford University Press, Oxford, New York.