Simulaciones computacionales

Año 2020

Prof: T. S. Grigera
JTP: G. Ferrara

Práctica 2 — Funciones de correlación y números aleatorios

Bibliografía: Krauth (2006, Cap. 1), Newman y Barkema (1999, Cap. 1), Press et al. (1992, Cap. 7).

Ejercicio 1. Considere un sistema en el retículo descripto por un hamiltoniano $H(\{S\}) = H_0 - \sum_{\boldsymbol{r}} h_{\boldsymbol{r}} S_{\boldsymbol{r}}$.

a) Demuestre la relación de *fluctuación-disipación estática*

$$\chi(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}') = \beta C_c(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}'), \qquad \text{con} \quad \chi(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}') = \left.\frac{\partial \langle S_{\boldsymbol{r}} \rangle}{\partial h'_{\boldsymbol{r}}}\right|_{h=0}, \quad C_c(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}') = \langle S_{\boldsymbol{r}} S_{\boldsymbol{r}'} \rangle - \langle S_{\boldsymbol{r}} \rangle \langle S_{\boldsymbol{r}'} \rangle. \tag{2.1}$$

b) Muestre que como consecuencia se sigue que una susceptibilidad divergente implica una longitud de correlación también divergente. Considere por comodidad el caso invariante ante traslaciones, $C_c(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}') = C(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}')$.

Para los siguientes ejercicios, utilice algoritmos de generación de números pseudoaleatorios conocidos, tales como alguno de los propuestos en *Numerical Recipes* (Press et al., 1992), de los incluidos en la GNU Scientific library, o bien RANMAR (en FORTRAN).

Ejercicio 2. Utilice GNUPlot para graficar un histograma de la distribución de los números aleatorios generados (utilice muestras de 10^3, 10^4 y 10^5 números).

Ejercicio 3. Con la misma secuencia anterior, agrupe los números en pares y ternas y grafique los puntos resultantes en el plano y en el espacio.

Ejercicio 4. Calcule y grafique la función de auto correlación temporal para las siguientes secuencias (utilice al menos 100 secuencias distintas para realizar la estimación).

a) La secuencia r_i de los números producidos por el generador que haya elegido.

b) La secuencia $a_i = w a_{i-1} + (1-w) r_i$, con $a_1 = r_1$ y $0 < w < 1$.

La última secuencia puede considerarse una versión discreta del proceso $\dot{a} = (w-1)a + (1-w)r$. Puede calcular analíticamente el tiempo de relajación de este último ($\tau = 1/(w-1)$) y compararlo con la relajación obtenida numéricamente.