

Práctica 3 — Cantidades conservadas y ecuaciones del movimiento

Esta práctica abarca los siguientes temas:

- a) Integrales del movimiento. Energía, cantidad de movimiento, momento angular. Coordenadas cíclicas.
- b) Movimiento en una dimensión. Período y energía potencial.

Bibliografía: Landau y Lifshitz (1976, Caps. II y III).

Ejercicio 1.

- a) Demuestre que la isotropía del espacio conduce a la conservación del momento angular para un sistema aislado.
- b) Demuestre que para un sistema en un campo externo con simetría de rotación en torno a un eje dado (simetría axial), se conserva la componente del momento angular paralela a dicho eje.

Ejercicio 2. Supongamos que el movimiento de una partícula tiene lugar en el plano bajo la acción de un potencial con simetría cilíndrica $U(r)$, con $r = \sqrt{x^2 + y^2}$.

- a) Escriba la velocidad en coordenadas polares, y usando esa expresión, el Lagrangiano $L(r, \theta, r, \dot{r})$.
- b) Escriba las ecuaciones de Lagrange para las coordenadas polares.
- c) Muestre que la ecuación de Lagrange correspondiente a la variable θ conduce a una ley de conservación. ¿Cuál es la cantidad conservada? Compárela con la componente z (en coordenadas cartesianas) del momento angular, expresando esta última cantidad en polares.

Ejercicio 3. Escriba el Lagrangiano de los siguientes sistemas:

- a) El péndulo simple.
- b) El péndulo doble coplanar.
- c) Un péndulo simple de masa M en cuyo soporte se encuentra una masa m que puede desplazarse en una línea horizontal contenida en el plano del péndulo M .