Prof. T. S. Grigera

Práctica 1 — Principios básicos

Esta práctica abarca los siguientes temas:

a) Noción de partícula. Sistemas de referencia. Magnitudes escalares y vectoriales.

b) Leyes de Newton. Primera ley y sistemas inerciales. Segunda ley y fuerza. Tercera ley: forma débil y fuerte.

c) Cantidad de movimiento y momento angular de una partícula. Energía cinética, trabajo, energía potencial.

d) Sistemas de partículas. Ecuación del movimiento del centro de masa. Conservación de la cantidad de movimiento. Conservación del momento angular. Relación entre torque y momento angular en sistemas inerciales y no inerciales.

e) Energía interna y energía propia. Conservación de la energía. Trabajo externo. Fuerza de roce: trabajo de la fuerza de roce, variación de la energía cinética del centro de masa, calor.

Bibliografía: Goldstein et al. (2001, §I.1,I.2), Sherwood y Bernard (1984), Zypman (1990).

Ejercicio 1. Centro de masa y ecuación de movimiento de un sistema de partículas. Para un sistema de N partículas, definimos centro de masa, cantidad de movimiento y momento angular por

$$\boldsymbol{R} = \frac{\sum_i m_i \boldsymbol{r}_i}{\sum_i m_i}, \tag{1.1}$$

$$\boldsymbol{P} = \sum_i \boldsymbol{p}_i = \sum_i m_i \boldsymbol{v}_i, \tag{1.2}$$

$$\boldsymbol{L} = \sum_i \boldsymbol{l}_i = \sum_i \boldsymbol{r}_i \times \boldsymbol{p}_i, \tag{1.3}$$

y dividimos las fuerzas sobre cada partícula en internas y externas de modo de escribir la ecuación de movimiento de la partícula i como

$$\dot{\boldsymbol{p}}_i = \boldsymbol{F}_i^{(\mathrm{E})} + \sum_{j \neq i} \boldsymbol{F}_{i,j}. \tag{1.4}$$

a) Muestre que como consecuencia de la forma débil de la tercera ley de Newton se tiene que

$$\frac{d\boldsymbol{P}}{dt} = \sum_i \boldsymbol{F}_i^{(\mathrm{E})} = \boldsymbol{F}^{(\mathrm{E})}. \tag{1.5}$$

b) Muestre que si se supone la forma fuerte de la tercera ley de Newton, entonces, en un SR inercial,

$$\frac{d\boldsymbol{L}}{dt} = \sum_i \boldsymbol{r}_i \times \boldsymbol{F}_i^{(\mathrm{E})} = \sum_i \boldsymbol{\tau}_i^{(\mathrm{E})} = \boldsymbol{\tau}^{(\mathrm{E})}. \tag{1.6}$$

Considere luego sistemas no inerciales para mostrar que la expresión anterior se puede generalizar a

$$\frac{d\boldsymbol{L}_{\boldsymbol{r}}}{dt} = \tau_{\boldsymbol{r}}^{(\mathrm{E})} - M(\boldsymbol{R} - \boldsymbol{r}) \times \ddot{\boldsymbol{r}}, \tag{1.7}$$

donde $\boldsymbol{r}$ indica el origen del SR no inercial.

c) Muestre que la energía del sistema se puede escribir como

$$E = E^{(P)} + U^{(E)}, \qquad E^{(P)} = U^{(I)} + K, \tag{1.8}$$

y que a su vez la energía cinética puede separase en dos términos,

$$K = \sum_i \frac{1}{2} m_i u_i^2 + \frac{1}{2} M V^2, \qquad \boldsymbol{u}_i = \boldsymbol{v}_i - \boldsymbol{V}. \tag{1.9}$$

d) Muestre que el momento angular del sistema se puede separar en dos términos (momento angular intrínseco y momento angular orbital):

$$\boldsymbol{L} = \sum_i \boldsymbol{r}'_i \times m_i \boldsymbol{u}_i + \boldsymbol{R} \times \boldsymbol{P}. \tag{1.10}$$

Ejercicio 2. Obtenga la ecuación del movimiento del péndulo simple.